

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : آمار و احتمال	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی پازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۵ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

۱ اگر داشته باشیم: $A|B = (A \cap B)'$ عمل اشتراک را به وسیله | بازنویسی کنید.

تالیفی سید حسن غفوری
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۲ برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ثابت کنید:

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۰

۳ دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟

کتاب درسی علوم تجربی دوازدهم ریاضی مثال
امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۰
امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

۴

اگر گزاره p : " $\sqrt{2}$ عددی گنگ است" و گزاره q : "معادله $x^2 + 25 = 0$ دو ریشه حقیقی دارد" باشد، آنگاه ارزش گزاره‌های $p \Rightarrow \sim q$ و $p \Leftrightarrow q$ را تعیین کنید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

۵

اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه ای یک تجربه تصادفی و $P(b) = \frac{1}{3}$ ، $P(\{b, d\}) = \frac{1}{3}$ و $P(\{b, c\}) = \frac{2}{3}$ باشد آنگاه $P(a)$ را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

۶

آیا دو عبارت زیر به یک معنی هستند؟ (آیا هم‌ارز هستند؟)
(۱) اگر عدد a بر ۶ بخش پذیر نباشد آنگاه یا بر ۲ بخش پذیر نیست یا بر ۳.
(۲) عدد a بر ۲ بخش پذیر نیست یا اگر بر ۶ بخش پذیر نباشد آنگاه بر ۳ بخش پذیر نیست.

تالیفی سید حسن غفوری
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

از بین سه دانش‌آموز تجربی و چهار دانش‌آموز ریاضی، یک گروه ۴ نفری انتخاب می‌کنیم. اگر در گروه از هر دو رشته داشته باشیم، چقدر احتمال دارد که تعداد ریاضی و تجربی‌های گروه متفاوت باشد؟

تالیفی علی صدری

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

اگر $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 < 9\}$ و $B = \{m \in \mathbb{Z} | m > -2, 2^m \leq 2\}$ باشد، مجموعه $A \times B - B \times A$ را با اعضا بنویسید.

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

جدول ارزش گزاره‌های زیر را رسم کنید:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \wedge (p \vee r)$$

تالیفی سید حسن غفوری

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ انتخاب می کنیم، احتمال اینکه عدد انتخابی بر ۴ بخش پذیر باشد، اما بر ۷ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

فرض کنید مجموعه A به صورت زیر باشد:

$$A = \{ \{1, 2\}, \{\emptyset, 1, \{\{3\}, 1, 4\}, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{6, 7, 8\}\}\}, \{4, \emptyset, \{\{\{3, 4, 8\}\}, \{5\}\}\} \}$$

در این صورت چند تا a وجود دارد که $a \in B \in A$ باشد؟

تالیفی سید حسن غفوری
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $A \subseteq B$ ثابت کنید:

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۰

ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هریک را بنویسید.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم آمار و احتمال تمرین

$$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

سه فرد A، B و C به هدفی تیراندازی می‌کنند. احتمال به هدف نخوردن تیر آن‌ها به ترتیب $\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{4}$ و $\frac{2}{3}$ است. اگر بدانیم فقط دو تیر به هدف خورده، حال احتمال آنکه تیر شخص A به هدف خورده باشد، چقدر است؟

۱۴

تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

اگر A یک پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشد، ثابت کنید:

۱۵

$$P(A') = 1 - P(A)$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : آمار و احتمال	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۷ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
نمره			

$$A \cap B = (A|B)|(A|B)$$

۱

اثبات:

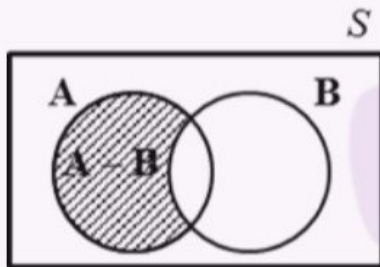
$$\begin{aligned}
 & (A|B)|(A|B) \\
 &= (A \cap B)'|(A \cap B)' \\
 &= [(A \cap B)' \cap (A \cap B)']' \\
 &= (A \cap B)'' = A \cap B
 \end{aligned}$$

تالیفی سید حسن غفوری
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$\begin{aligned}
 A \cap B' &= A - B \Rightarrow A = (A \cap B') \cup (A \cap B) \\
 \Rightarrow P(A) &= P(A \cap B') + P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)
 \end{aligned}$$

۲

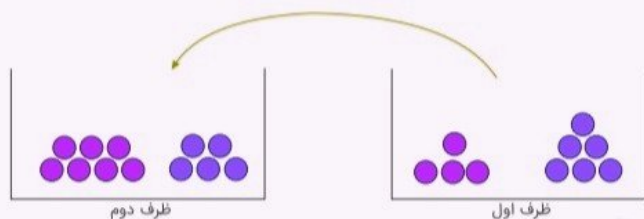
$(A \cap B)$ و $(A - B)$ دو پیشامد متمایز و از هم جدا هستند.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۰

مهره انتخاب شده از ظرف اول یا سبز است و یا آبی. اگر این پیشامدها را به ترتیب با G و B و پیشامد انتخاب مهره سبز از ظرف دوم را با A نمایش دهیم، خواهیم داشت: $P(B) = \frac{4}{10}$ و $P(G) = \frac{6}{10}$ و $P(A|B) = \frac{5}{13}$. در این صورت داریم:

$$P(A) = P(G)P(A|G) + P(B)P(A|B) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$$



کتاب درسی علوم تجربی دوازدهم ریاضی مثال

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

گزاره p درست و گزاره q نادرست است.

توجه: در گزاره شرطی اگر مقدم نادرست باشد گزاره شرطی به انتقای مقدم، درست است.

$$\underbrace{q}_{\downarrow F} \Rightarrow \underbrace{\sim p}_{\downarrow F} \equiv T$$

و در گزاره دوشروطی اگر یکی درست و دیگری نادرست باشد، ارزش کل گزاره دوشروطی نادرست است.

$$\underbrace{p}_{\downarrow T} \Leftrightarrow \underbrace{q}_{\downarrow F} \equiv F$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی

مدارس علوم انسانی مفید

$$P(\{b, c\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(b) + P(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} + P(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(c) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{b, d\}) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(b) + P(d) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{3} + P(d) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(d) = \frac{1}{6}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(a) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \Rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

عدد a بر ۶ بخش پذیر نیست p عدد a بر ۲ بخش پذیر نیست q عدد a بر ۳ بخش پذیر نیست r عبارت اول برابر با $p \Rightarrow (q \vee r)$ و عبارت دوم برابر با $q \vee (p \Rightarrow r)$ است. جدول ارزش گزاره این دو عبارت را رسم می‌کنیم:

p	q	r	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$	$p \Rightarrow r$	$q \vee (p \Rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T

ملاحظه می‌شود که دو عبارت $p \Rightarrow (q \vee r)$ و $q \vee (p \Rightarrow r)$ جدول ارزش یکسانی دارند، پس به یک معنی هستند. البته با تأمل روی دو عبارت در صورت سؤال نیز می‌توانید هم‌ارزی آن‌ها را دریابید.

تالیفی سید حسن غفوری
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$P = \frac{\binom{4}{3} \binom{3}{1} + \binom{4}{1} \binom{3}{3}}{\binom{4}{3} \binom{3}{1} + \binom{4}{2} \binom{3}{2} + \binom{4}{1} \binom{3}{3}} = \frac{4 \times 3 + 4 \times 1}{4 \times 3 + 6 \times 3 + 4 \times 1} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

تالیفی علی صدقی
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$\begin{cases} A = \{1, 2\} \\ B = \{-1, 0, 1\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\} \Rightarrow A \times B = \{(1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\} \\ B \times A = \{(x, y) | x \in B \wedge y \in A\} \Rightarrow B \times A = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\} \end{cases}$$

$$(A \times B) - (B \times A) = \{(1, -1), (1, 0), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

p	q	r	s	$p \Rightarrow q$	$r \Rightarrow s$	$(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)$	$p \vee r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	F	T	F	F	T	F
T	T	F	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T	T
T	F	T	T	F	T	F	T	F
T	F	T	F	F	F	F	T	F
T	F	F	T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	F	T	F	T	F
F	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	T	F	F	T	F
F	T	F	T	T	T	T	F	F
F	T	F	F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F	F	T	F
F	F	F	T	T	T	T	F	F
F	F	F	F	T	T	T	F	F

تالیفی سید حسن غفوری

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$n(A) = \left[\frac{1000}{4} \right] = 250$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{1000}{28} \right] = 35$$

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B') = \frac{250}{1000} - \frac{35}{1000} = \frac{215}{1000}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

مجموعه A یک مجموعه سه‌عضوی است که اعضای آن عبارتند از:

$$1) \{1, 2\} \in A$$

$$2) \{\emptyset, 1, \{\{3\}, 1, 4\}, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{6, 7, 8\}\}\}\} \in A$$

$$3) \{4, \emptyset, \{\{\{3, 4, 8\}\}, \{5\}\}\} \in A$$

حال برای B سه حالت داریم و اعضای این سه حالت، حالات مختلف a هستند. یعنی:

$$1) 1, 2$$

$$2) \emptyset, 1, \{\{3\}, 1, 4\}, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{6, 7, 8\}\}\}$$

$$3) 4, \emptyset, \{\{\{3, 4, 8\}\}, \{5\}\}$$

با اجتماع اعضای هر سه حالت B و با حذف تکراری‌ها، ۷ حالت برای a خواهیم داشت.

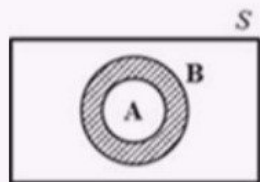
تألیفی سید حسن غفوری
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$B = (B - A) \cup A$$

$$P(B) = P[(B - A) \cup A]$$

A و $(B - A)$ دو پیشامد ناسازگارند پس طبق اصل ۳ داریم:

$$P(B) = P(B - A) + P(A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$$



شکل (۰/۲۵)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۰

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم آمار و احتمال تمرین

این گزاره درست نیست، چون به ازای $x = 1$ تساوی $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$ برقرار نیست و مجموعه جواب گزاره‌ها برابر \mathbb{R} نیست. نقیض این گزاره به صورت زیر است:

$$\exists x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$$

وقتی دو تیر به هدف خورده باشد، پس یک تیر به هدف نخورده است.

$$\text{تیر A به هدف نخورده} : P(A') \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$\text{تیر B به هدف نخورده} : P(A) \cdot P(B') \cdot P(C) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$\text{تیر C به هدف نخورده} : P(A) \cdot P(B) \cdot P(C') = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$$

حال مجموع این احتمالات را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{36}$$

دو تیر به هدف خورده، حال احتمال آنکه تیر شخص A به هدف خورده باشد برابر است با:

$$P = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}}{\frac{5}{36}} = \frac{\frac{5}{72}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{2}$$

تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

A و A' ناسازگارند.

$$\Rightarrow P(A \cup A') = P(A) + P(A') \Rightarrow P(S) = P(A) + P(A')$$

$$\Rightarrow 1 = P(A) + P(A') \Rightarrow P(A') = 1 - P(A)$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر